

Nehézkvark-rendszerek vizsgálata véges hőmérsékleten rács QCD szimulációkkal

PhD Tézispontok

PÁSZTOR ATTILA

ELMÉLETI FIZIKA TANSZÉK
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM
BUDAPEST, 2015

Témavezető: Dr. Katz Sándor, tanszékvezető egyetemi tanár

Fizika Doktori Iskola, Részecskefizika és csillagászat program
A Doktori Iskola vezetője: Dr. Palla László
Programvezető: Dr. Palla László

Bevezetés

A kvantumszindinamika (QCD) az erős kölcsönhatás elmélete. A QCD talán legfontosabb tulajdonságai a bezárás és az aszimptotikus szabadság. Egyrészt a QCD elemi részecskéi - a kvarkok és a gluonok - önmagukban nem megfigyelhetők. A szórás kísérletekben kezdeti és végállapotként csak a hadronokat, azaz a kvarkok és gluonok kötött állapotait figyelhetjük meg. Másrészt az effektív csatolás értéke nagyobb energiák felé haladva egyre csökken. Nagy energiákon, ahol a csatolás kicsi, a perturbációs számítás alkalmazható, és a nagyenergiás fizika sok különböző megfigyelését jól leírja. Egyre kisebb energiák felé haladva azonban az effektív csatolás egyre nagyobb lesz, és a perturbációs számítás nem működik. Ekkor nem-perturbatív módszerekre van szükség, hogy a QCD jóslatait össze lehessen vetni a mérésekkel. Az *ab initio* módszer a QCD megoldására a rácstérelmélet. Itt az elméletet egy diszkrét téridő rácson definiáljuk, majd a ráczállandó csökkentésével, több ráczállandón történő szimulációval és kontinuum extrapolációval kapjuk meg a végső eredményt.

Az aszimptotikus szabadság egyik fontos következménye, hogy megfelelően magas hőmérsékleten a QCD anyag átalakuláson megy keresztül, a kvarkok és a gluonok majdnem szabad részecskékké válnak, vagyis ún. kvark-gluon plazma keletkezik. Az átalakulás illetve a kvark-gluon plazma is kiválóan vizsgálható rácstérelméleti módszerekkel. Például rácstérelméleti szimulációkból tudjuk, hogy zérus barion kémiai potenciál esetén az átalakulás analitikus *cross-over*, és 150MeV hőmérséklet környékén történik.

A véges hőmérsékletű QCD anyag vizsgálatára komoly kísérleti törekvések is vannak, pl. a RHIC és az LHC gyorsítók kísérleteinél. A doktori értekezésem olyan elméleti munkát tartalmaz, amely az ezen kísérleteket értelmező fenomenologikus modellek számára ad releváns információt.

Dolgozatomban nehéz kvarkok $\bar{Q}Q$ kötött állapotait vizsgálom, véges hőmérsékleten, rácstérelméleti módszerekkel. A J/Ψ elnyomást a kvark-gluon plazma formáció egyik fontos kísérleti szignatúrájának tartják [1]. Az elnyomást meg is figyelték mind az SPS, mind a RHIC, mind az LHC gyorsító kísérleteiben. A QCD elméleti jóslata a J/Ψ véges hőmérsékletű viselkedésére azonban még mindig nem ismert, így nem tudhatjuk, hogy a megfigyelt elnyomás pontosan mit jelent a kísérletekben keletkezett anyagra nézve.

A charmonium spektrálfüggvények vizsgálata

Az alapvető probléma, hogy a rácstérelmélet euklideszi téridőben, vagyis imaginárius időben számol. A valós idejű korrelációs függvények meghatározása, vagyis az analitikus elfolytatás pedig komoly nehézségekbe ütközik. A leginkább releváns mennyiség az ún. spektrálfüggvény. A spektrálfüggvény ismeretében meghatározható lenne a J/Ψ disszociációs hőmérséklete, illetve a szélességének hőmérsékletfüggése, valamint a nehéz kvarkok diffúziós együtthatója is. A spektrálfüggvényt a rácsszimulációkkal kiszámolható euklideszi korrelátorral egy integráltranszformáció köti össze:

$$G(t, T) = \int_0^\infty d\omega \frac{\cosh\left(\omega\left(t - \frac{1}{2T}\right)\right)}{\sinh\left(\frac{\omega}{2T}\right)} A(\omega, T) \equiv \int_0^\infty d\omega K(\omega, t, T) A(\omega, T). \quad (1)$$

Ezt kell invertálni a spektrálfüggvény meghatározásához. Ez az inverzió azonban egy hírhedten nehéz feladat, ugyanis az euklideszi korrelátor nem igazán érzékeny a spektrálfüggvény részleteire. A szokásos megoldás a Maximum Entrópia módszere (MEM), melynek a rács QCD-ben való alkalmazását [2] javasolta. Itt lényegében a következő függvényt kell maximalizálni:

$$Q = -\frac{1}{2}\chi^2 + \alpha S, \quad (2)$$

ahol a χ^2 a szokásos, azt méri, hogy a rekonstrukció mennyire van közel az adatpontokhoz, az entrópia pedig azt méri, hogy milyen messze van a megoldás az úgynevezett $m(\omega)$ prior függvénytől:

$$S = \int d\omega (A(\omega) - m(\omega) - A(\omega) \ln(A(\omega)/m(\omega))). \quad (3)$$

A minimum keresési feladat adott α -kra való elvégzése után pedig átlagolni kell az α paraméterre. A doktori értekezésemhez kapcsolódó első publikációban [3] a MEM-et használtam arra, hogy információt nyerjek ki az euklideszi korrelátorból a pszeudoskalár és vektor $\bar{c}c$ állapotok véges hőmérsékletű viselkedésére vonatkozóan:

1. Egy a maximum entrópia módszerét használó számítógépes programot írtam.
2. Teszteltem a kód, illetve a módszer megbízhatóságát a következő módon:
 - (a) Felírok egy spektrálfüggvényt: $A_{\text{mock}}(\omega)$ -t. Ebből (1) segítségével kiszámolom az euklideszi korrelátort. Ehhez adok Gauss eloszlású hibákat, és ezzel az eloszlással konfigurációkat generálok.
 - (b) Ezeket ugyanúgy rekonstruálok a MEM-mel, ahogy valódi rácsadatokkal teném.
 - (c) Összehasonlítom a rekonstrukciót $A_{\text{mock}}(\omega)$ -val.

Az analízis legfontosabb eredménye, hogy a rekonstrukció az alapállapotú csúcs pozícióját pontosan vissza tudja adni, de a szélességét nem.

3. Megmértem a J/Ψ (vektor) és η_c (pszeudoskalár) korrelátorokat véges hőmérsékleten, majd MEM-mel meghatároztam a spektrálfüggvényt. Ez az első 2 + 1 flavour rács QCD szimuláció, amely a charmonium spektrálfüggvényeket vizsgálja az irodalomban. A korábbi munkák elsősorban az ún. *quenched* közelítést alkalmazták. A szimulációhoz Wilson kvarkokat használtunk, $m_\pi = 545\text{MeV}$ piontömeggel, és $a = 0.057\text{fm}$ rácsállandóval. Az első csúcs (alapállapotú csúcs) pozíciójára teljes hibaanalízist végeztem, különös tekintettel a prior függvény megválasztásából származó szisztematikus hibára. A végeredmény mindkét csatornában konzisztens egy konstanssal, kb. 30%-os hibával a legmagasabb hőmérsékleten (1. ábra). A MEM rekonstrukciót $1,3T_c$ hőmérsékletig végeztem el.
4. Meghatároztam a következő mennyiséget [4]:

$$G/G_{\text{rec}} = \frac{G(t, T)}{G_{\text{rec}}(t, T)} = \frac{G(t, T)}{\int A(\omega, T_{\text{ref}}) K(\omega, t, T) d\omega}. \quad (4)$$

Ehhez csak egy T_{ref} hőmérsékleten kell meghatározni a spektrálfüggvényt. Ezt választhatjuk a legalacsonyabb hőmérsékletnek, ahol a legtöbb pont áll rendelkezésre a rekonstrukcióhoz. További előny, hogy az a hányados magasabb hőmérsékleten is kiszámolható, ahol a MEM rekonstrukció már nem megbízható a kevés adatpont miatt. Ezzel a módszerrel némileg magasabb hőmérsékletre, $1,4T_c$ -re sikerült felmenni. A G/G_{rec} mennyiség egyik tulajdonsága, hogy ha a korrelátor G hőmérsékletfüggése csak a triviális, az integrálási kernelből származó, és nem a spektrálfüggvényből, akkor ez a hányados egységnyi. Egészen pontosan ez történik a pszeudoskalár csatornában, a vektor csatornában azonban nem (2. ábra). Itt még egy lépéssel tovább mehetünk, és definiálhatjuk a mennyiség középponti levonásos verzióját [5]:

$$\frac{G^-}{G_{\text{rec}}^-} = \frac{G(t, T) - G(N_t/2, T)}{G_{\text{rec}}(t, T) - G_{\text{rec}}(N_t/2, T)}, \quad (5)$$

aminek az a tulajdonsága, hogy ha a spektrálfüggvény hőmérsékletfüggése csak egy $\omega = 0$ környékén megjelenő transzport csúcs $A(\omega)/\omega$ -ban, vagyis, ha a korrelátor hőmérsékletfüggése a triviális kernelből jövő mellett csak egy hőmérsékletfüggő, de euklideszi időtől független konstans, akkor ez a hányados 1 lesz. Egészen pontosan ez történik a vektor csatornában (3. ábra).

Az analízis konklúziója tehát az, hogy kb. $1,4T_c$ -ig a pszeudoskalár (η_c) spektrálfüggvény (hibahatárokon belül) nem változik, a vektor (J/Ψ) spektrálfüggvény pedig konzisztens egy hőmérsékletfüggő $\omega \approx 0$ körüli transzport csúcs, és egy hőmérsékletfüggetlen $\omega > 0$ rész összegével.

A Polyakov-hurok korrelátorok vizsgálata

A doktori tézis második felében a statikus, vagyis végtelen tömegű limesszel foglalkozunk. Itt van egy mennyiség, amit euklideszi módszerekkel közvetlenül (analitikus elfolytatás nélkül) meg lehet határozni. Ez a statikus $\bar{Q}Q$ szabadenergia, vagy pontosabban, az a többlet szabadenergia amit a statikus próbatöltéseknek a plazmába helyezésével kapunk. Ez a Polyakov-hurok korrelátor logaritmusával arányos:

$$F_{\bar{Q}Q}(r) = -T \ln C(r, T) = -T \ln \left\langle \sum_{\mathbf{x}} \text{Tr} L(\mathbf{x}) \text{Tr} L^+(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \right\rangle, \quad (6)$$

és hasznos bemenet lehet fenomenologikus modellek számára. Itt $2 + 1$ flavour staggered kvarkokat használtunk, fizikai tömegekkel. A munka itt a következő lépésekből állt:

5. A [6]-ban Wilson-kvarkokra alkalmazott, csak véges hőmérsékletű rácsokat alkalmazó, nem-perturbatív renormálási eljárást módosítottam úgy, hogy staggered kvarkokra is alkalmazható legyen.
6. Meghatároztam a saját módszerrel renormált statikus (egy) kvark szabadenergia kontinuumlimeszét a $130 - 390$ MeV hőmérséklettartományban.
7. Meghatároztam a renormált statikus $\bar{Q}Q$ pár szabadenergia kontinuumlimeszét a $150 - 350$ MeV hőmérséklettartományban (4. ábra).
8. Meghatároztam a Polyakov-hurok korrelátorban a mágneses és elektromos árnyékolási tömegek kontinuumlimeszét a $160 - 450$ MeV hőmérséklettartományban (5. ábra).

- (a) Mivel a mágneses gluonok az \mathcal{R} euklideszi időtükrözésre párosak, az elektromos gluonok pedig páratlanok, a Polyakov-hurok korrelátorban e két árnyékolási tömeg könnyen elkülöníthető [7]. Bevezethető két korrelátor, melyek összege egyenlő a Polyakov-hurok korrelátorral. Ezek az $\mathcal{R}(\mathcal{C}) = ++$ szimmetriához tartozó:

$$C_{M+}(r, T) \equiv \left\langle \sum_{\mathbf{x}} \text{Tr} L_{M+}(\mathbf{x}) \text{Tr} L_{M+}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \right\rangle, \quad (7)$$

és az $\mathcal{R}(\mathcal{C}) = --$ szimmetriához tartozó:

$$C_{E-}(r, T) \equiv - \left\langle \sum_{\mathbf{x}} \text{Tr} L_{E-}(\mathbf{x}) \text{Tr} L_{E-}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \right\rangle, \quad (8)$$

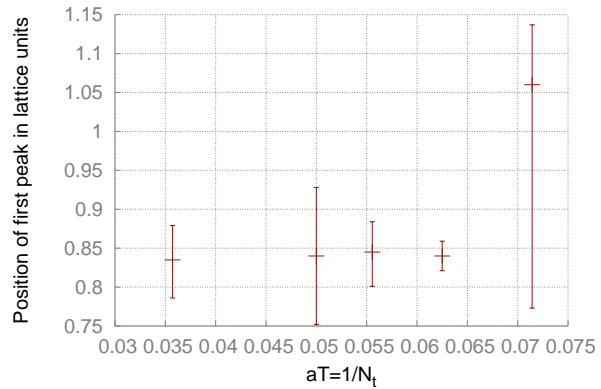
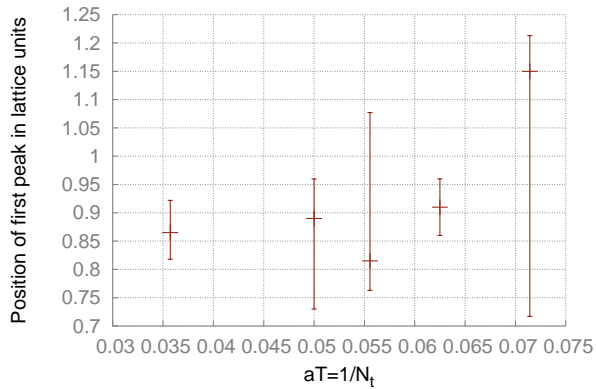
ahol $\text{Tr} L_{M+} = \text{Re Tr} L$ és $\text{Tr} L_{E-} = i \text{Im Tr} L$.

- (b) Mivel a Polyakov-hurok multiplikatíve renormálódik, ehhez a számoláshoz nincs szükség renormálásra.
- (c) A két korrelátort Yukawa-potenciál alakú ansatz-cal illesztettem, hogy kinyerjem a két korrelációs hosszt. Az eljárás amit ehhez használtam hasonló a [8]-ban alkalmazottra. Mivel a tömegek érzékenyek az illesztéshez tartozó r intervallumra, a megfelelő intervallum megválasztására a Kolmogorov-Smirnov tesztet alkalmaztam. A korrelált illesztések statisztikus és szisztematikus hibájának meghatározása után pedig elvégeztem a kontinuumlímeszt is.
- (d) Ha a kapott kontinuum eredményeket összehasonlítjuk az irodalomban található, más közelítésekben számolt árnyékolási hosszakkal, akkor azt látjuk, hogy legjobban a dimenziós redukcióval kapott 3 dimenziós effektív térelmélettel [9] egyezik az eredmény.

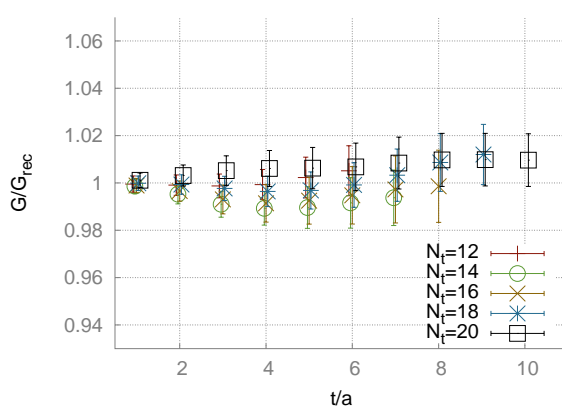
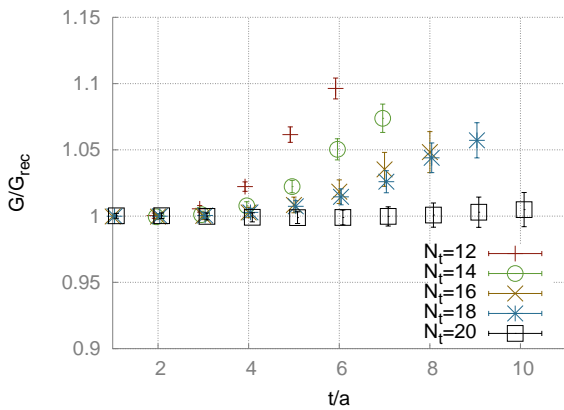
Ezen munka eredménye a [10] publikációban található.

Hivatkozások

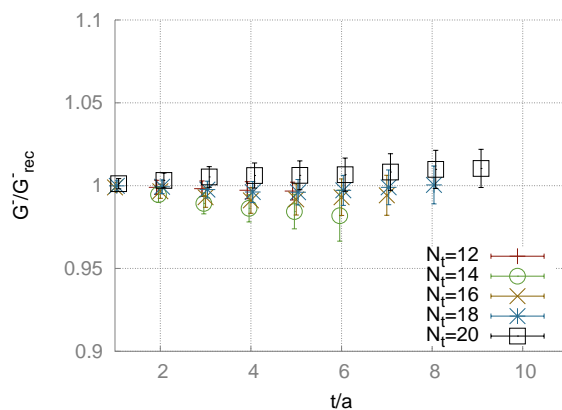
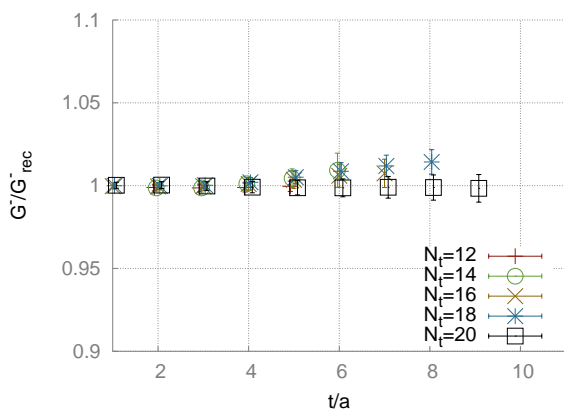
- [1] T. Matsui and H. Satz, „ J/ψ Suppression by Quark-Gluon Plasma Formation,” *Phys. Lett. B* **178** (1986) 416.
- [2] M. Asakawa, T. Hatsuda and Y. Nakahara, „Maximum entropy analysis of the spectral functions in lattice QCD,” *Prog. Part. Nucl. Phys.* **46** (2001) 459 [hep-lat/0011040].
- [3] S. Borsányi, S. Dürr, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg, S. Mages, D. Nógrádi, **A. Pásztor** *et al.*, „Charmonium spectral functions from 2+1 flavour lattice QCD,” *JHEP* **1404** (2014) 132 [hep-lat/1401.5940].
- [4] S. Datta, F. Karsch, P. Petreczky and I. Wetzorke, „Behavior of charmonium systems after deconfinement,” *Phys. Rev. D* **69** (2004) 094507 [hep-lat/0312037].
- [5] T. Umeda, „A Constant contribution in meson correlators at finite temperature,” *Phys. Rev. D* **75** (2007) 094502 [hep-lat/0701005].
- [6] S. Borsányi, S. Dürr, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg, D. Nógrádi and K. K. Szabó *et al.*, „QCD thermodynamics with continuum extrapolated Wilson fermions I,” *JHEP* **1208** (2012) 126 [hep-lat/1205.0440].
- [7] P. B. Arnold and L. G. Yaffe, „The NonAbelian Debye screening length beyond leading order,” *Phys. Rev. D* **52** (1995) 7208 [hep-ph/9508280].
- [8] S. Borsányi, S. Dürr, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg, L. Lellouch and T. Lippert *et al.*, „Ab initio calculation of the neutron-proton mass difference,” [hep-lat/1406.4088].
- [9] A. Hart, M. Laine and O. Philipsen, „Static correlation lengths in QCD at high temperatures and finite densities,” *Nucl. Phys. B* **586** (2000) 443 [hep-ph/0004060].
- [10] S. Borsányi, Z. Fodor, S. D. Katz, **A. Pásztor**, K. K. Szabó and Cs. Török, „Static $\bar{Q}Q$ pair free energy and screening masses from correlators of Polyakov loops: continuum extrapolated lattice results at the QCD physical point,” [hep-lat/1501.02173]. A JHEP publikációra elfogadta 2015 március 25-én.



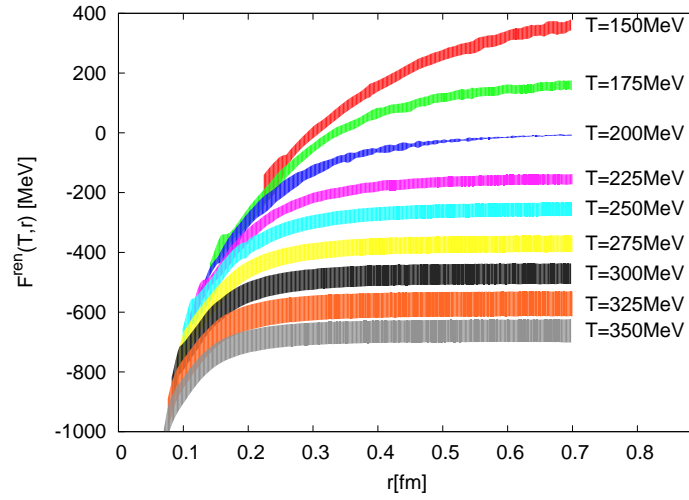
1. ábra. Az első csúcs pozíciója a vektor (bal oldalon) illetve a pszeudoskalár (jobb oldalon) csatornában mint a hőmérséklet függvénye. Az $N_t = 14$ kb. $T = 1, 3T_c$ -nek felel meg.



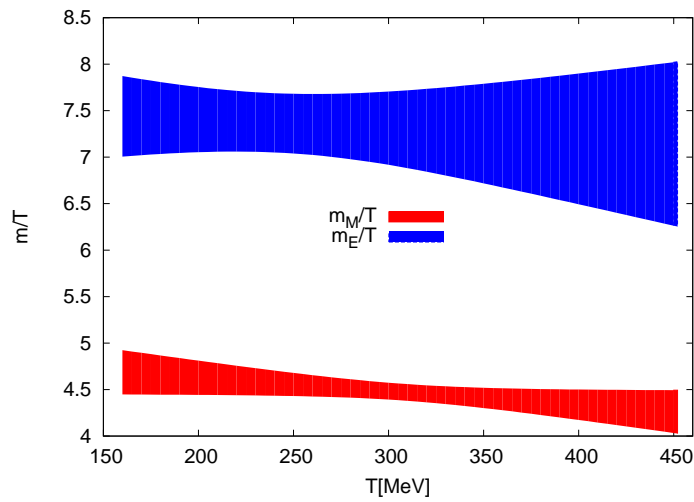
2. ábra. A G/G_{rec} hányados a vektor (bal oldalon) illetve a pszeudoskalár (jobb oldalon) csatornában különböző hőmérsékleteken. Az $N_t = 12$ kb. $T = 1, 4T_c$ -nek felel meg.



3. ábra. A G^-/G_{rec}^- hányados a vektor (bal oldalon) illetve a pszeudoskalár (jobb oldalon) csatornában mint a hőmérséklet függvénye. Az $N_t = 12$ kb. $T = 1, 4T_c$ -nek felel meg.



4. ábra. A statikus $\bar{Q}Q$ szabadenergia kontinuum extrapolált értéke különböző hőmérsékleteken.



5. ábra. Az elektromos és mágneses árnyékolási tömegek kontinuum extrapolált értéke a hőmérséklet függvényében.